

氏 名	稗 田 吉 成
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 4703 号
学位授与年月日	平成 17 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 2 項該当者
学 位 論 文 名	On $S_R(H)$ -blocks for finite groups and related theorems (有限群の $S_R(H)$ -ブロックと関連する定理について)
論文審査委員	主 査 教 授 兼 田 正 治 副主査 教 授 津 島 行 男 副主査 助教授 河 田 成 人

論 文 内 容 の 要 旨

G. R. Robinson は [R2] で、有限群 G とその部分群 H から定義される完備離散付値環 R 上の Hecke 環 $S_R(H)$ に対して、その中心的原始べき等元に対応する G の通常既約指標の集合 $S_R(H)$ -ブロック (Robinson は $AR(H)$ -ブロックと呼んだ) とその不足群を定義した。この $S_R(H)$ -ブロックは群環 RG の p -ブロックのある種の拡張であり、興味深い対象であるがまだあまり研究されていない。

また最も基本的な有限群である n 次対称群 S_n に対して、標数 $p > 0$ の体 k 上の群環 kS_n の既約加群は、 n の p -正則な分割 λ に対応する Specht 切口群 S^λ のトップ $S^\lambda / \text{rad}(S^\lambda)$ で与えられ、さらにその同型類の代表はそれで作られることはよく知られている。しかし Specht 加群 S^λ の既約成分としてどのような既約加群が現れるかは未だに決定できていない。

この論文は 6 章からなり、4, 5 章が主定理を含む章である。1, 2 章はこの論文で用いる用語・記号・基本的な結果等をまとめた序文および準備の章である。特に 2.1 節では Hieda-Tsushima ([H-T]) の主要な結果である H が p -部分群の場合の $S_R(H)$ -ブロックの直交関係 (ブロックの第二直交関係の拡張) とブロック B の $S_R(H)$ -ブロックへの分割の個数 $r(B)$ に関するいくつかの評価式に関する結果を紹介した。3 章では Hieda ([HI] - [H3]) における主 $S_R(H)$ -ブロックに関する結果をまとめた。4 章では上記 $r(B)$ に関する新しい評価式に関する定理を、連結次数という概念を定義することにより示した。5 章では、 S^λ の既約成分に、ある p -正則な λ の柱型 branch と呼ばれる分割に対応する既約加群が現れることを示した Tsushima の定理 ([T1, Theorem 2]) のより短い別証明を、Carter - Payne の定理 ([C-T, Theorem P. 425] および [T2, Remark of Theorem 5]) および James の定理 ([J4, Theorem 6]) を用いることにより与えた。さらに $p > 2$ で λ が p -正則ならば、 λ に対応する Young 図形の形状により異なるが、 λ の branch と呼ばれる分割の中のある種の分割全てやある柱型 branch と呼ばれる分割に対応する既約加群が S^λ の既約成分に対応する分割として現れることを示した。6 章には次数の低い対称群および交代群に関する $S_R(H)$ -ブロックの具体例を示した。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は有限群 G とその部分群 H から自然に定義される完備離散付値環 R 上の Hecke 環 $S_R(H)$ のブロックについての研究及び群 G を対称群をとったとき $S_R(H)$ の p -ブロック構造の研究から生じた Specht 加群の既約成分に関する研究成果をまとめたものである。

1 章での準備の後、2 章では主結果の一つとして、 H が p' -群の場合の $S_R(H)$ のブロック直交関係の証明と G の各ブロックの $S_R(H)$ -ブロックへの分割の個数に関する評価式が論じられている。3 章と 6 章においては、対

称群あるいは交代群における $S_R(H)$ -ブロックの具体例が論じられている。

一方、対称群のモジュラー表現における最近の注目すべき方向の一つとして、Young diagram の変形として得られる branch という概念による研究手段がある。Jantzen - Schaper の定理の直接の帰結として、与えられた Specht 加群の任意の既約成分は branch を作る操作を何回か繰り返したのち得られることが分かる。これに関して、Tsushima は p -regular な Young diagram に対応する Specht 加群においては、ただ一回の branch 操作によって得られる既約成分が存在することを証明した (2001) がその証明はかなり複雑であった。6 章において、この結果の見通しの良い別証明を与え、同時にその証明の副産物として、対応する Young diagram が $(p-1)$ -regular というやや強い条件のもとで、Specht 加群の既約成分の状況に関してより深い結果を得ている。

以上のように本論文で得られたこれらの結果は有限群のモジュラー表現の研究に寄与するところが大きく、博士 (理学) の学位を授与するに値するものと審査した。